

ตอนที่ 16

เรื่อง การทดลองสุ่มและเหตุการณ์

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐานที่ 2.2 มีความรู้ความเข้าใจ และทักษะพื้นฐานเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

มาตรฐานการเรียนรู้ระดับ มีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวน และการดำเนินการเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ เซต และการให้เหตุผล อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้ การใช้เครื่องมือ และการออกแบบผลิตภัณฑ์ สถิติเบื้องต้นและความน่าจะเป็น เชื่อมโยงกับงานอาชีพในสังคมและอาเซียนได้

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

อธิบายการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้

ขอบข่ายเนื้อหา

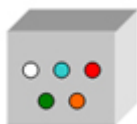
1. การทดลองสุ่ม (Random Experiment) คือ การทดลองที่ไม่สามารถระบุผลลัพธ์ได้อย่างแน่นอน แต่บอกได้ว่าผลลัพธ์ของการทดลองนั้นมีโอกาสเกิดอะไรขึ้นได้

ตัวอย่างที่ 1 การทดลองโยนลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง แด้มที่จะเกิดขึ้นได้ คือ แด้ม 1, 2, 3, 4, 5 หรือ 6 ซึ่งไม่สามารถบอกได้ว่าจะเป็นแต้มอะไรใน 6 แด้มนี้



ดังนั้น ผลลัพธ์ทั้งหมดที่จะเกิดขึ้นคือแต้ม 1, 2, 3, 4, 5, 6

ตัวอย่างที่ 2 การหยิบลูกปิงปอง 1 ลูก จากกล่อง ซึ่งมี 5 ลูก 5 สี ลูกปิงปองที่หยิบได้ อาจจะเป็นลูกปิงปองสีขาว ฟ้าแดง เขียว หรือส้ม



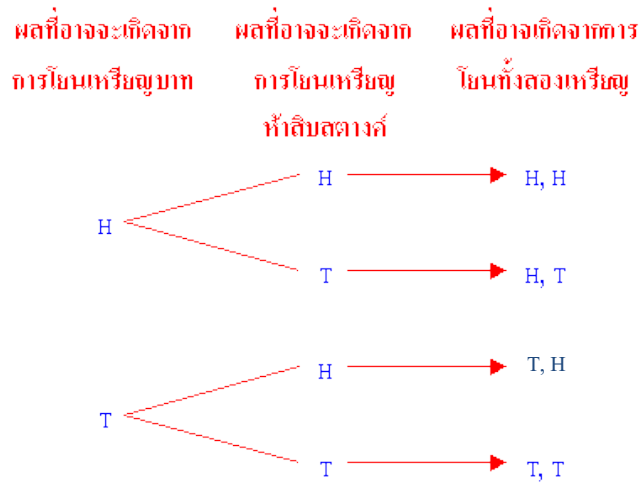
ดังนั้น ผลลัพธ์ทั้งหมดที่จะเกิดขึ้นคือ ลูกปิงปองสีขาว ฟ้าแดง เขียว หรือส้ม

ตัวอย่างที่ 3 จงเขียนผลที่อาจเกิดขึ้นได้ทั้งหมดในการโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ และเหรียญห้าสิบบางค์ 1 เหรียญ

ในการโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ ผลที่อาจเกิดขึ้นคือ หัวหรือก้อย

ถ้าให้ H แทน หัว และให้ T แทน ก้อย

ในการหาผลที่อาจเกิดขึ้นได้ทั้งหมดจากการโยนเหรียญบาทและเหรียญห้าสิบบางครั้ง อย่างละ 1 เหรียญ อาจใช้แผนภาพช่วยได้ดังนี้



ฉะนั้น ถ้าเราใช้คู่อันดับเขียนผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นได้โดยให้สมาชิกตัวหนึ่งของคู่อันดับแทนผลที่อาจเกิดขึ้นจากเหรียญบาท สมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับแทนผลที่อาจเกิดขึ้นจากเหรียญห้าสิบบางครั้ง จะได้ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้ คือ (H, H), (H, T), (T, H) และ (T, T)

2. แซมเปิลสเปซ (Sample Space) เป็นเซตที่มีสมาชิกประกอบด้วยสิ่งที่ต้องการทั้งหมด จากการทดลองอย่างใดอย่างหนึ่ง (บางครั้งเรียกว่า Universal Set) เขียนแทนด้วย S เช่น

ตัวอย่างที่ 4 ในการโยนลูกเต๋าดำถ้าต้องการรู้ว่าหน้าอะไรจะขึ้นมาจะได้

ผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้นได้คือ ลูกเต๋ามาขึ้นแต้ม 1 หรือ 2 หรือ 3 หรือ 4 หรือ 5 หรือ 6

ดังนั้นแซมเปิลสเปซที่ได้คือ $S = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$

ตัวอย่างที่ 5 จากการทดลองสุ่มโดยการทดลองทอดลูกเต๋าดำ 2 ลูก

จงหาแซมเปิลสเปซของแต้มของลูกเต๋าดำที่หงายขึ้น

เนื่องจากโจทย์สนใจแต้มของลูกเต๋าดำที่หงายขึ้น ดังนั้น เราต้องเขียนแต้มของลูกเต๋าดำที่มีโอกาสที่จะหงายขึ้นมาทั้งหมด และเพื่อความสะดวกให้ (a, b) แทนผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้น

โดยที่ a แทน แต้มที่หงายขึ้นของลูกเต๋าดำลูกแรก

b แทน แต้มที่หงายขึ้นของลูกเต๋าดำลูกที่สอง

ดังนั้น แซมเปิลสเปซของการทดลองสุ่มคือ

$$S = \{ (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), \\ (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), \\ (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), \\ (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), \\ (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), \\ (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6) \}$$

3. เหตุการณ์ (event) คือ เซตที่เป็นสับเซตของ Sample Space หรือเหตุการณ์ที่เราสนใจ จากการทดลองสุ่มตัวอย่างที่ 7 ในการโยนลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง ถ้าผลลัพธ์ที่สนใจคือ จำนวนแต้มที่ได้ จะได้

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

ถ้าให้ E_1 เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้มซึ่งหารด้วย 3 ลงตัว จะได้ $E_1 = \{3, 6\}$

E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้มมากกว่า 2 จะได้ $E_2 = \{3, 4, 5, 6\}$

ตัวอย่างที่ 8 ถุงใบหนึ่งมีลูกบอลสีขาว 3 ลูก สีแดง 2 ลูก หยิบลูกบอลออกจากถุง 2 ลูก จงหา

1. แชมเปลสเปซของสีของลูกบอลและเหตุการณ์ที่จะได้ลูกบอลสีขาว
2. แชมเปลสเปซของลูกบอลที่หยิบมาได้และเหตุการณ์ที่จะได้ลูกบอลเป็นสีขาว 1 ลูกสีแดง 1 ลูก

วิธีทำ 1. เนื่องจากเราสนใจเกี่ยวกับสีของลูกบอลและลูกบอลมีอยู่สองสีคือสีขาวและสีแดง

ดังนั้น แชมเปลสเปซ $S = \{ \text{ขาว, แดง} \}$

สมมติให้ B เป็นเหตุการณ์ที่จะได้ลูกบอลสีขาว

ดังนั้น $B = \{ \text{ขาว} \}$

2. เนื่องจากเราสนใจแชมเปลสเปซของลูกบอลแต่ละลูกที่ถูกหยิบขึ้นมา

ดังนั้นแชมเปลสเปซ S คือ

$$S = \{ \omega_1 \omega_2, \omega_1 \omega_3, \omega_1 \omega_4, \omega_1 \omega_5, \omega_2 \omega_1, \omega_2 \omega_2, \omega_3 \omega_1, \omega_3 \omega_2, \omega_4 \omega_1, \omega_4 \omega_2 \}$$

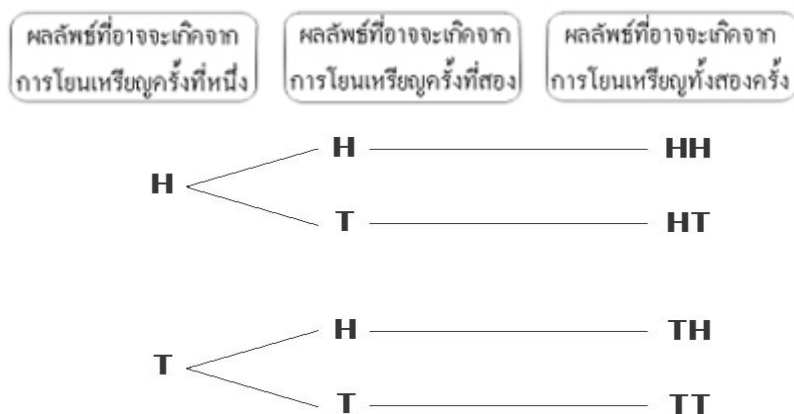
ให้ C เป็นเหตุการณ์ที่ผลลัพธ์เป็นลูกบอลสีขาว 1 ลูก และสีแดง 1 ลูก

ดังนั้น เหตุการณ์ C คือ

$$C = \{ \omega_1 \omega_4, \omega_1 \omega_5, \omega_2 \omega_1, \omega_2 \omega_2, \omega_3 \omega_1, \omega_3 \omega_2 \}$$

หมายเหตุ ω แทนขาว และ ω แทน แดง

ตัวอย่างที่ 10 โยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 2 ครั้ง จงหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่จะออกหัวอย่างน้อย 1 ครั้ง การหาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 2 ครั้ง โดยใช้แผนภาพต้นไม้ ดังนี้



ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มี 4 แบบ คือ HH, HT, TH และ TT
 นั่นคือ ผลลัพธ์ของ เหตุการณ์ที่จะออกหัวอย่างน้อย 1 ครั้ง มี 3 แบบ คือ HH, HT และ TH

กิจกรรมก่อนการรับชมรายการ

ครูผู้สอนเริ่มต้นจากการทบทวนความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการนับ ซึ่งในการทำความเข้าใจเนื้อหา ครูผู้สอนควรให้ผู้เรียนศึกษาจากตัวอย่างประกอบเพื่อความเข้าใจและชัดเจนยิ่งขึ้น

กิจกรรมหลังการรับชมรายการ

1. ครูผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปเนื้อหาตามบทเรียนที่ได้รับชมรายการ
2. ให้ผู้เรียนฝึกทำแบบฝึกหัดต่อไปนี้
 1. ในการทอดลูกเต๋าลูกเดียวหนึ่งครั้ง ถ้าผลลัพธ์ที่สนใจคือแต้มที่ได้
 - 1.1 จงหาเหตุการณ์ที่ได้แต้มซึ่งหารด้วย 3 ลงตัว
 - 1.2 จงหาเหตุการณ์ที่ได้แต้มต่ำกว่า 4
 2. ในการโยนเหรียญ 1 เหรียญ และทอดลูกเต๋า 1 ลูก พร้อมกันหนึ่งครั้ง จงหา
 - 2.1 เหตุการณ์ที่จะได้แต้มบนหน้าลูกเต๋าเป็นจำนวนคู่
 - 2.2 เหตุการณ์ที่เหรียญจะขึ้นหัว
 - 2.3 เหตุการณ์ที่เหรียญจะขึ้นก้อยและแต้มบนหน้าลูกเต๋าเป็น 6

3. ถ้าสุ่มครอบครัวที่มีบุตรสองคนมาครอบครัวหนึ่ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ครอบครัวนั้น
 - 3.1 มีบุตรคนแรกเป็นชาย บุตรคนที่สองเป็นหญิง
 - 3.2 มีบุตรเป็นชายอย่างน้อย 1 คน
 - 3.3 ไม่มีบุตรชายเลย
 4. ในการทอดลูกเต๋าสองลูกหนึ่งครั้ง ให้หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่
 - 4.1 ผลบวกของแต้มมากกว่าหรือเท่ากับ 10
 - 4.2 ผลบวกของแต้มหารด้วย 3 ลงตัว
 5. ในลิ้นชักมีถุงเท้าอยู่ 4 คู่ เป็นถุงเท้าสีดำ 2 คู่ และสีขาว 2 คู่ ถ้าทำการทดลองสุ่มโดยหยิบถุงเท้ามา 2 คู่ ให้หาความน่าจะเป็นที่จะได้ถุงเท้าทั้งสองคู่เป็นสีเดียวกัน
 6. ในการจับสลากชื่อของนักเรียน 30 คน ซึ่งเป็น ชาย 18 คน หญิง 12 คน จงหาความน่าจะเป็นในการที่จับสลากใบแรกได้
3. ให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบเพื่อวัดความเข้าใจในเนื้อหาที่รับชม

แบบทดสอบ

1. ในการโยนเหรียญสองอันหนึ่งครั้ง จงหาจำนวนเหตุการณ์ที่มีอย่างน้อยหนึ่งครั้งออกหัว

- ก. 1 ข. 2
ค. 3 ง. 4

2. มีถุงเท้า 4 คู่ ถุงเท้าสีดำ 2 คู่ และสีน้ำตาล 2 คู่ ถ้าสุ่มหยิบถุงเท้า 2 คู่ ความน่าจะเป็นจะได้ถุงเท้าทั้งสองคู่เป็นสีเดียวกัน

- ก. $\frac{1}{3}$ ข. $\frac{1}{4}$
ค. $\frac{1}{2}$ ง. $\frac{1}{6}$

3. ในการโยนลูกเต๋า 2 ลูก เหตุการณ์ที่จะได้แต้มรวมกันมากกว่า 5 ตรงกับข้อใด

- ก. 6 ข 10
ค. 26 ง. 30

4. ถุงใบหนึ่งใส่เหรียญบาทไว้ 100 เหรียญ แต่ละเหรียญเขียนตัวเลข 1 ถึง 100 กำกับไว้ ถ้าหยิบเหรียญหนึ่งอันออกมาโดยการสุ่ม จงหาความน่าจะเป็นที่ตัวเลขที่เขียนกำกับไว้เป็นจำนวนที่หารด้วย 5 ลงตัว

- ก. $\frac{1}{2}$ ข. $\frac{1}{3}$
ค. $\frac{1}{4}$ ง. $\frac{1}{5}$

5. ในกล่องใบหนึ่งมีเบี้ย 6 อัน ซึ่งแต่ละอันเขียนตัวเลข 3, 4, 7, 9, 10 หรือ 11 ไว้ ถ้าสุ่มหยิบเบี้ย 1 อัน ออกมาจากกล่องใบนี้ จงหาโอกาสที่จะได้เบี้ยที่มีตัวเลขที่เป็นจำนวนคู่

- ก. $\frac{1}{2}$ ข. $\frac{1}{3}$
ค. $\frac{1}{4}$ ง. $\frac{1}{5}$

เฉลยแบบฝึกหัด

1. ในการทอดลูกเต๋าลูกเดียวหนึ่งครั้ง ถ้าผลลัพธ์ที่สนใจคือแต้มที่ได้

เฉลย แซมเปิลสเปซ คือ

1.1 จงหาเหตุการณ์ที่ได้แต้มซึ่งหารด้วย 3 ลงตัว

ถ้า E_1 เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้มซึ่งหารด้วย 3 ลงตัว จะได้ $E_1 = \{3, 6\}$

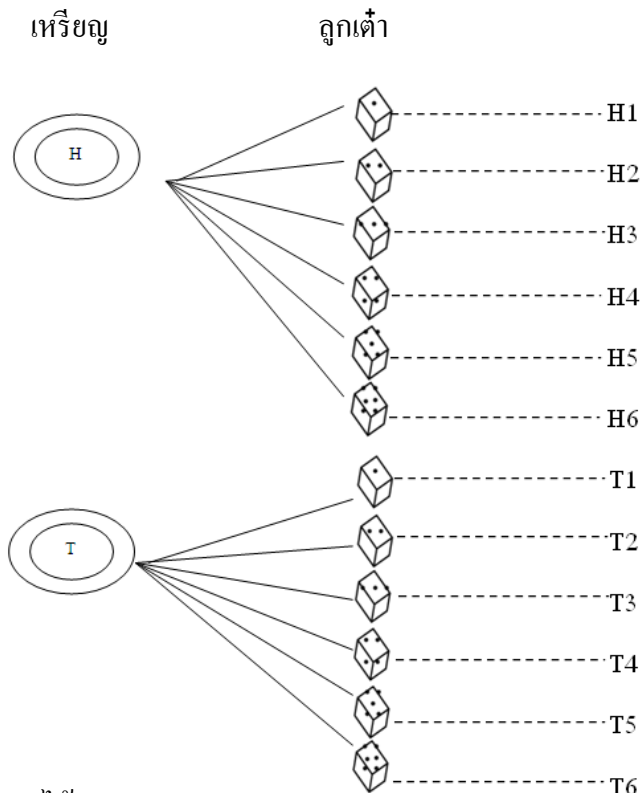
1.2 จงหาเหตุการณ์ที่ได้แต้มต่ำกว่า 4

ถ้า E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้มต่ำกว่า 4 จะได้ $E_2 = \{1, 2, 3\}$

2. ในการโยนเหรียญ 1 เหรียญ และทอดลูกเต๋า 1 ลูกพร้อมกันหนึ่งครั้ง จงหา

เฉลย ให้ H แทนเหรียญขึ้นหัว T แทนเหรียญขึ้นก้อย

S แทนแซมเปิลสเปซของการโยนเหรียญ 1 เหรียญ และทอดลูกเต๋า 1 ลูก พร้อมกัน



จะได้ $S = \{H1, H2, H3, H4, H5, H6, T1, T2, T3, T4, T5, T6\}$

2.1 เหตุการณ์ที่จะได้แต้มบนหน้าลูกเต๋าเป็นจำนวนคู่

ให้ E_1 แทน เหตุการณ์ที่จะได้แต้มบนหน้าลูกเต๋าเป็นจำนวนคู่

จะได้ $E_1 = \{H2, H4, H6, T2, T4, T6\}$

2.2 เหตุการณ์ที่เหรียญจะขึ้นหัว

ให้ E_2 แทนเหตุการณ์ที่เหรียญจะขึ้นหัว

จะได้ $E_2 = \{H1, H2, H3, H4, H5, H6\}$

2.3 เหตุการณ์ที่เหรียญจะขึ้นก้อยและแต้มบนหน้าลูกเต๋าคือเป็น 6

ให้ E_3 แทนเหตุการณ์ที่เหรียญจะขึ้นก้อยและแต้มบนหน้าลูกเต๋าคือเป็น 6

จะได้ $E_3 = \{T6\}$

3. ถ้าสุ่มครอบครัวที่มีบุตร 2 คนมาครอบครัวหนึ่ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ครอบครัวนั้น

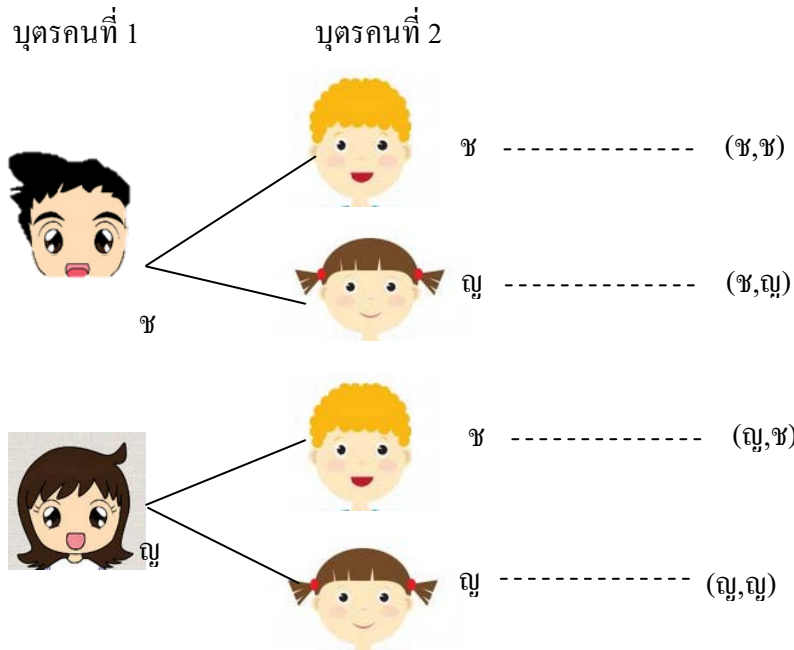
3.1 มีบุตรคนแรกเป็นชาย บุตรคนที่สองเป็นหญิง

3.2 มีบุตรเป็นชายอย่างน้อย 1 คน

3.3 ไม่มีบุตรชายเลย

เฉลย ให้ E_1, E_2, E_3 เป็นเหตุการณ์ในข้อ (1), (2) และ (3) ตามลำดับ

ให้ ช แทนบุตรชาย และ ญ แทนบุตรหญิง



แซมเปิลสเปซในที่นี้คือ $S = \{ (ช,ช) , (ช,ญ) , (ญ,ช) , (ญ,ญ) \}$

จำนวนสมาชิกของ $S = 4$

$$E_1 = \{ (ช,ญ) \} \quad \text{จะได้ } P(E_1) = \frac{1}{4}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนั้นจะมีบุตรคนแรกเป็นชายและบุตรคนที่สองเป็นหญิง เป็น $\frac{1}{4}$

$$E_2 = \{ (ช,ช) , (ช,ญ) , (ญ,ช) \}$$

$$\text{จะได้ } P(E_2) = \frac{3}{4}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนั้นจะมีบุตรชายอย่างน้อยหนึ่งคน เป็น $\frac{3}{4}$

$$E_3 = \{(\text{หญิง}, \text{หญิง})\}$$

จะได้ $P(E_3) = \frac{1}{4}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนั้นไม่มีบุตรชายเลย เป็น $\frac{1}{4}$

4. ในการทอดลูกเต๋าสองลูกหนึ่งครั้ง ให้หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่

4.1 ผลบวกของแต้มมากกว่าหรือเท่ากับ 10

4.2 ผลบวกของแต้มหารด้วย 3 ลงตัว

เฉลย ในการทอดลูกเต๋าสองลูก ลูกเต๋าลูกแรกปรากฏผลได้ 6 วิธี และลูกเต๋าลูกที่สองปรากฏผลได้อีก 6 วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีที่ได้จะเท่ากับ $6 \times 6 = 36$ วิธี ดังแสดงในตารางต่อไปนี้

แต้มลูกที่ 1 \n แต้มลูกที่ 2	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

ให้ E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์ในข้อ (1) และ (2) ตามลำดับ แสดงในตารางต่อไปนี้

แต้มลูกที่ 1 \n แต้มลูกที่ 2	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

สมาชิกของ E_1 เขียนแทนได้ด้วยคู่อันดับของแต้มที่ได้จากลูกเต๋า ลูกที่ 1 และลูกที่ 2

$$\text{คือ } E_1 = \{ (4,6), (5,5), (5,6), (6,4), (6,5), (6,6) \}$$

จำนวนสมาชิกของ E_1 คือ 6

$$\text{จะได้ } P(E_1) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ผลบวกของแต้มมากกว่าหรือเท่ากับ 10 คือ $\frac{1}{6}$

$$\text{เนื่องจาก } E_2 = \{ (1,2), (2,1), (1,5), (5,1), (2,4), (4,2), (3,3), (3,6), (6,3), (4,5), (5,4), (6,6) \}$$

จำนวนสมาชิกของ E_2 คือ 12

$$\text{จะได้ } P(E_2) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ผลบวกของแต้มหารด้วย 3 ลงตัว คือ $\frac{1}{3}$

5. ในลิ้นชักมีถุงเท้าอยู่ 4 คู่ เป็นถุงเท้าสีดำ 2 คู่ และสีขาว 2 คู่ ถ้าทำการทดลองสุ่มโดยหยิบถุงเท้ามา 2 คู่ ให้หาความน่าจะเป็นที่จะได้ถุงเท้าทั้งสองคู่เป็นสีเดียวกัน

วิธีทำ มีถุงเท้า 4 คู่ เป็นถุงเท้าสีดำ 2 คู่ ให้เป็น d_1, d_2 และเป็นถุงเท้าสีขาว 2 คู่ ให้เป็น w_1, w_2

$$\text{ดังนั้น } S = \{ (d_1, d_2), (d_1, w_1), (d_1, w_2), (d_2, w_1), (w_2, d_2), (w_1, w_2) \}$$

E เป็นเหตุการณ์ที่จะหยิบถุงเท้าสองคู่ให้ได้สีเดียวกัน

$$\text{นั่นคือ } E = \{ (d_1, d_2), (w_1, w_2) \}$$

$$\text{ดังนั้น } P(E) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

6. ในการจับสลากชื่อของนักเรียน 30 คน ซึ่งเป็น ชาย 18 คน หญิง 12 คน จงหาความน่าจะเป็นในการที่จับสลากใบแรกได้

1) นักเรียนชาย

2) นักเรียนหญิง

เฉลย 1) ความน่าจะเป็นที่จะจับสลากใบแรกเป็นนักเรียนชายเท่ากับ $\frac{18}{30} = \frac{3}{5}$

2) ความน่าจะเป็นที่จะจับสลากใบแรกเป็นนักเรียนหญิงเท่ากับ $\frac{12}{30} = \frac{2}{5}$