

ตอนที่ 15

เรื่อง กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐานที่ 2.2 มีความรู้ความเข้าใจ และทักษะพื้นฐานเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

มาตรฐานการเรียนรู้ระดับ มีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวน และการดำเนินการเลขยกกำลังที่มี เลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ เซต และการให้เหตุผล อัตรส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้ การใช้เครื่องมือ และการออกแบบผลิตภัณฑ์ สถิติเบื้องต้นและความน่าจะเป็น เชื่อมโยงกับงานอาชีพในสังคมและอาเซียนได้

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ วิธีเรียงสับเปลี่ยน และวิธีจัดหมู่

ขอบข่ายเนื้อหา

1. กฎเบื้องต้นเกี่ยวกับการนับและแผนภาพต้นไม้

ในชีวิตประจำวันของคนเรามีการกระทำหรือการทดลองหลายอย่างที่สามารถมีวิธีการที่จะเกิดผลลัพธ์ได้หลายวิธี การหาจำนวนรูปแบบหรือจำนวนวิธีที่อาจเกิดขึ้นได้จากการนับทั้งหมด โดยมีกฎเบื้องต้นเกี่ยวกับการนับจากการทำงานดังนี้

1.1 การทำงานที่มี 2 อย่าง หรือสองขั้นตอน

ถ้าต้องการทำงานประกอบด้วย 2 ขั้นตอน โดยขั้นตอนที่ 1 มีผลลัพธ์ที่ได้ n_1 วิธี และในแต่ละผลลัพธ์ของขั้นตอนที่ 1 มีผลลัพธ์ที่ได้ในขั้นตอนที่ 2 จำนวน n_2 วิธี ดังนั้น จำนวนผลลัพธ์ที่ได้เท่ากับ $n_1 n_2$ วิธี

สามารถเขียนแผนผังการทำงานได้ ดังนี้

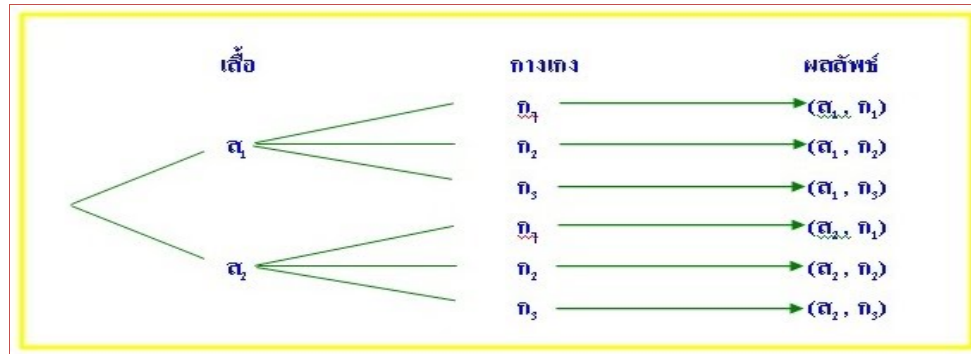
	ขั้นตอนที่ 1		ขั้นตอนที่ 2
นับได้	n_1 วิธี	×	n_2 วิธี

จำนวนผลลัพธ์ทั้งสองอย่าง = $n_1 \times n_2$ วิธี

เพื่อความเข้าใจให้ง่ายขึ้นสามารถแจกแจงผลการนับแต่ละวิธีได้โดยใช้แผนภาพต้นไม้ เช่น

สุดามีเสื้อสีต่างกันจำนวน 2 ตัว และกางเกง 3 ตัว จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่สุดามีเสื้อและกางเกงเป็นชุดต่าง ๆ กัน ดังนั้น สูดามีวิธีสวมเสื้อและกางเกงเป็นชุดต่าง ๆ กันได้ $2 \times 3 = 6$ วิธี

หรือใช้แผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบได้ดังนี้



1.2 การทำงานที่มี 3 อย่างหรือสามขั้นตอน

การนับจะมีแนวคิดในการทำงานเดียวกัน แต่จำนวนขั้นตอนในการเขียนแผนภาพต้นไม้ หรือ การหาผลคูณคาร์ทีเซียนจะมี 3 งาน หรือ 3 ขั้นตอนที่ต้องทำต่อเนื่องกัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง จากอักษรในคำว่า “PHYSIC” นำมาสร้างคำใหม่ประกอบด้วย 3 อักษร ต่างกัน (ไม่สนใจความหมายของคำเหล่านั้น) โดยที่

1. ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม
2. ต้องเป็นพยัญชนะทั้งหมด

วิธีทำ อักษรในคำว่า PHYSIC เป็นสระ 1 ตัว และพยัญชนะ 5 ตัว รวมทั้งหมด 6 ตัวอักษร

1. สร้างคำประกอบด้วย 3 ตัวอักษร สร้างได้ $= 6 \times 5 \times 4 = 120$ วิธี
2. มีเงื่อนไขว่าต้องเป็นพยัญชนะทั้งหมด สร้างได้ $= 5 \times 4 \times 3 = 60$ วิธี

กิจกรรมก่อนการรับชมรายการ

ครูผู้สอนสนทนาเรื่องกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ โดยเริ่มจากตัวอย่างเพื่อเชื่อมโยงไปสู่ความเข้าใจ

กิจกรรมหลังการรับชมรายการ

1. ครูผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปเนื้อหาตามบทเรียนที่ได้รับชมรายการ
2. ให้ผู้เรียนฝึกทำแบบฝึกหัดต่อไปนี้
 1. ห้องประชุมแห่งหนึ่งมีประตู 3 บาน จงหาวิธีในการเดินเข้า - ออกห้องประชุม โดยมีเงื่อนไขต่างกันดังนี้
 - 1.1 จำนวนวิธีในการเดินเข้า
 - 1.2 จำนวนวิธีในการเดินเข้า - ออก
 - 1.3 จำนวนวิธีในการเดินเข้า - ออกโดยไม่ซ้ำประตูกัน
 - 1.4 จำนวนวิธีในการเดินเข้า - ออกโดยใช้ประตูเดิม

2. ครูมีหนังสือ 5 เล่มแตกต่างกัน ต้องการแจกให้นักเรียน 4 คน จงหาจำนวนวิธีแจกหนังสือโดยที่
 - 2.1 ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม
 - 2.2 ไม่มีใครได้หนังสือเกิน 1 เล่ม
3. ระหว่างทำข้ามสองฝั่งแม่น้ำมีเรือรถยนต์ข้ามฝากอยู่ 3 ลำ จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่ผู้โดยสารคนหนึ่งจะข้ามฝากโดยที่เที่ยวไปและเที่ยวกลับลงเรือไม่ซ้ำกัน
4. ในการทอดลูกเต๋าสองลูก จะปรากฏผลได้ทั้งหมดกี่วิธี
5. ถ้าชายคนหนึ่งมีเสื้อเชิ้ตต่างกัน 5 ตัว และกางเกงขายาวต่างกัน 3 ตัว จงหาวิธีที่ชายคนนี้สามารถแต่งตัวโดยไม่ซ้ำกันได้กี่วิธี



3. ให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบเพื่อวัดความเข้าใจในเนื้อหาที่รับชม

แบบทดสอบ

1. เอมอร์เดินทางจากกรุงเทพฯ ไปเชียงใหม่ โดยได้แวะพักที่พิษณุโลกก่อน ถ้าเส้นทางจากกรุงเทพฯ ไปยังพิษณุโลก มี 5 เส้นทาง และเส้นทางจากพิษณุโลกไปเชียงใหม่ มี 3 เส้นทาง เอมอร์จะมีวิธีเดินทางจากกรุงเทพฯ ไปเชียงใหม่โดยผ่านพิษณุโลกได้กี่วิธี

ก. 3	ข. 5
ค. 8	ง. 15

2. ห้องประชุมแห่งหนึ่งมีประตู 4 บาน ถ้าต้องการเข้าประตูหนึ่งแล้วออกอีกประตูหนึ่ง โดยไม่ซ้ำกับประตูที่เข้ามา จะมีวิธีเข้าและออกได้ทั้งหมดกี่วิธี

ก. 6	ข. 8
ค. 12	ง. 16

3. กศน. อำเภอแห่งหนึ่งต้องการคัดเลือกนักกีฬา โดยมีเงื่อนไข คือ นักกีฬาเพศชาย และเพศหญิง ระดับอายุ 5 ระดับ และมีกีฬา 8 ประเภท จะมีวิธีจำแนกนักกีฬาได้กี่วิธี

ก. 80	ข. 40
ค. 13	ง. 3

4. บริษัทผู้ผลิตเสื้อผ้าสำเร็จรูปบริษัทหนึ่งผลิตเสื้อ 4 แบบ แต่ละแบบมี 6 สี และมีขนาดต่างกัน 3 ขนาด ถ้าจะจัดเข้าตู้โชว์หน้าร้านให้ครบทุกแบบ ทุกสีและทุกขนาดจะต้องใช้เสื้อทั้งหมดกี่ตัว

ก. 13	ข. 18
ค. 24	ง. 72

5. ข้อสอบประเภทให้เลือกตอบว่าจริงหรือเท็จชุดหนึ่งมี 10 ข้อ นักเรียนที่ทำข้อสอบนี้จะมีวิธีตอบข้อสอบชุดนี้ได้ต่างกัน ๆ กันกี่วิธี โดยสมมุติว่าต้องตอบคำถามทุกข้อโดยไม่มีการเว้น

ก. 10	ข. 100
ค. 1012	ง. 1024

เฉลยแบบฝึกหัด

1. ห้องประชุมแห่งหนึ่งมีประตู 3 บาน จงหาวิธีในการเดินเข้า - ออกห้องประชุม โดยมีเงื่อนไขต่างกัน

เฉลย ประตูห้องประชุมมีประตู 3 บาน คือ ประตูหมายเลข 1 หมายเลข 2 หมายเลข 3



1. จำนวนวิธีเดินเข้าห้องประชุม = 3 วิธี
2. จำนวนวิธีการเดินเข้า - ออก = $3 \times 3 = 9$ วิธี (ใช้ประตูซ้ำได้)
3. จำนวนวิธีการเดินเข้า - ออกโดยไม่ซ้ำประตูกัน = $3 \times 2 = 6$ วิธี
4. จำนวนวิธีการเดินเข้า - ออกโดยใช้ประตูเดิม = $3 \times 1 = 3$ วิธี

2. ครูมีหนังสือ 5 เล่มแตกต่างกัน ต้องการแจกให้นักเรียน 4 คน จงหาจำนวนวิธีแจกหนังสือโดยที่

- 1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม
- 2) ไม่มีใครได้หนังสือเกิน 1 เล่ม



เฉลย การแจกหนังสือต้องพิจารณาการแจกทีละเล่ม

1. ไม่มีเงื่อนไข (แจกซ้ำได้) ดังนั้นแจกได้ = $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$ วิธี
2. ไม่มีใครได้เกิน 1 เล่ม แปลว่า ไม่มีใครได้ซ้ำ ได้แล้วจะไม่แจกให้อีก
ดังนั้น จะมีวิธีแจกหนังสือ = $5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$ วิธี

3. ระหว่างท่าข้ามสองฝั่งแม่น้ำมีเรือรถยนต์ข้ามฝากอยู่ 3 ลำ จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่ผู้โดยสารคนหนึ่งจะข้ามฝากโดยที่เที่ยวไปและเที่ยวกลับลงเรือไม่ซ้ำกัน

เฉลย เนื่องจากมีเรือข้ามฝากอยู่ 3 ลำ

ในเที่ยวไปเขาจึงมีวิธีเลือกลงเรือได้ 3 วิธี

ในเที่ยวกลับไม่ต้องการลงเรือซ้ำกับเรือลำที่ลงเมื่อเที่ยวไป

ฉะนั้น ในแต่ละวิธีของเที่ยวไปเขาจึงมีวิธีเลือกเรือเที่ยวกลับได้ 2 ลำ หรือ 2 วิธี

ดังนั้น เขาจะข้ามฝากโดยที่เที่ยวไปและเที่ยวกลับลงเรือไม่ซ้ำกันได้ทั้งสิ้น $3 \times 2 = 6$ วิธี

4. ในการทอดลูกเต๋าสองลูก จะปรากฏผลได้ทั้งหมดกี่วิธี

เฉลย ในการทอดลูกเต๋าสองลูก อาจได้แต้มต่าง ๆ ดังนี้ คือ 1, 2, 3, 4, 5 หรือ 6

ผลที่ได้จากการทอดลูกเต๋าลูกแรกจึงมี 6 วิธี

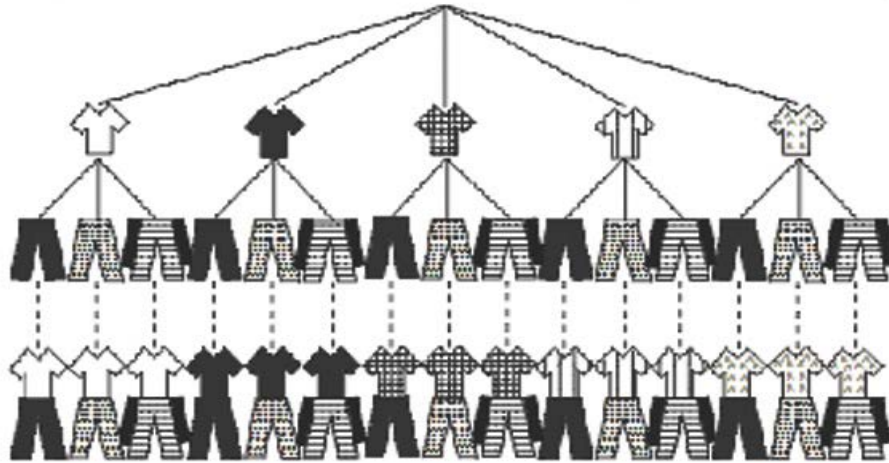
ในแต่ละวิธีของผลที่ได้จากการทอดลูกเต๋าลูกแรกจะปรากฏผลของการทอดลูกเต๋าลูกที่สองได้อีก 6 วิธี

ดังนั้น การทอดลูกเต๋าสองลูกปรากฏผลได้ทั้งหมด $6 \times 6 = 36$ วิธี

5. ชายคนหนึ่งมีเสื้อเชิ้ตต่างกัน 5 ตัว และกางเกงขาสั้นต่างกัน 3 ตัว



เฉลย ใช้แผนภาพต้นไม้ช่วยในการหาวิธีทั้งหมดที่เป็นไปได้แสดงได้ดังแผนภาพข้างล่างนี้



จากแผนภาพต้นไม้จะพบว่า การแต่งกายของชายคนนี้ได้แตกต่างกันนับได้ทั้งหมด 15 วิธี