



วิชาคณิตศาสตร์

โดย

อ.ชวลิต กุลเกียรติการ



TUTORIAL SCHOOL BY  
**THE BRAIN**

**PAT 1**



**EXPONENTIAL & LOGARITHMIC FUNCTION**

**BY P'GOLF**

[www.facebook.com/WeByTheBrain](https://www.facebook.com/WeByTheBrain)  
[www.WeByTheBrain.com](http://www.WeByTheBrain.com)

## ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

By P'Golf We By The Brain

### สูตรแยกตัวประกอบ

- $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
- $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

### สมบัติเลขยกกำลัง

ถ้า  $a, b, a^m, a^n, b^n$  เป็นจำนวนจริง และ  $a, b \neq 0$  และ  $m, n$  เป็นจำนวนตรรกยะ จะได้ว่า

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- $(a^m)^n = a^{mn}$
- $(ab)^n = a^n b^n$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$  โดยที่  $b \neq 0$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$  โดยที่  $a \neq 0$
- $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$
- $a^0 = 1$  โดยที่  $a \neq 0$

### Exponential Function

**นิยาม** เรียก  $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ / y = a^x; a > 0 \text{ และ } a \neq 1\}$

ว่าฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล จากนิยามสรุปได้ว่า

1. ฐานของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลต้องเป็นจำนวนจริงบวกที่ไม่ใช่ 1
2. โดเมนของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลคือ  $\mathbb{R}$
3. เรนจ์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลคือ  $\mathbb{R}^+$
4. ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง
5. ถ้า  $a > 1$  เป็นฟังก์ชันเพิ่ม, ถ้า  $0 < a < 1$  เป็นฟังก์ชันลด

### Logarithmic Function

เป็นฟังก์ชันอินเวอร์สของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

**นิยาม** เรียก  $g = \{(x, y) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} / y = \log_a x; a > 0 \text{ และ } a \neq 1\}$

ว่าฟังก์ชันลอการิทึม จากนิยามสรุปได้ว่า

1. ฐานของฟังก์ชันลอการิทึมต้องเป็นจำนวนจริงบวกที่ไม่ใช่ 1
2. โดเมนของฟังก์ชันลอการิทึมคือ  $\mathbb{R}^+$
3. เรนจ์ของฟังก์ชันลอการิทึมคือ  $\mathbb{R}$
4. ฟังก์ชันลอการิทึมเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง
5. ถ้า  $a > 1$  เป็นฟังก์ชันเพิ่ม, ถ้า  $0 < a < 1$  เป็นฟังก์ชันลด

### สมบัติของ log

- |   |   |
|---|---|
| 1. $\log_a 1 = 0$   | 6. $\log_{b^n} a = \frac{1}{n} \log_b a$                                |
| 2. $\log_a a = 1$   | 7. $a^{\log_a m} = m$   |
| 3. $\log_a(mn) = \log_a m + \log_a n$                     | 8. $a^{\log_b m} = m^{\log_b a}$  |
| 4. $\log_a\left(\frac{m}{n}\right) = \log_a m - \log_a n$ | 9. $\log_b a = \frac{\log_m a}{\log_m b}$ โดยที่ $m > 0$ และ $m \neq 1$ |
| 5. $\log_b a^m = m \log_b a$                              | 10. $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$                                     |

## พีชิตข้อสอบ PAT 1 ฟังก์ชันเวกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

By P 'Golf We By The Brain

1. Which of the following has the same value as

$$\frac{1}{\log_2(100!)} + \frac{1}{\log_3(100!)} + \frac{1}{\log_4(100!)} + \dots + \frac{1}{\log_{100}(100!)}$$

a.  $\frac{1}{100}$

b. 1

c.  $\frac{1}{100!}$

d. 100

e.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100}$

2. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก.  $(\log 2558)^{\log 2558} < 2558^{\log 2558} < 2558^{2558}$

ข.  $(\log 2558)^{\log 2558} < (\log 2558)^{2558} < 2558^{2558}$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ก. ถูก และ ข. ถูก

2. ก. ถูก และ ข. ผิด

3. ก. ผิด และ ข. ถูก

4. ก. ผิด และ ข. ผิด

3. ให้ A แทนเซตคำตอบของสมการ  $(4^x + 2^x - 6)^3 = (2^x - 4)^3 + (4^x - 2)^3$

ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต A เท่ากับเท่าใด (PAT 1 พ.ย. 57)

4. ให้ A แทนเซตคำตอบของสมการ  $\log_6(3 \cdot 4^x + 2 \cdot 9^x) = x + \log_6 5$

ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต A เท่ากับเท่าใด

5. ถ้า  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริงบวกและสอดคล้องกับสมการ

$$2 \log_2(x - 2y) + \log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y = 0$$

แล้ว  $\left(\frac{x}{y}\right)^2 + 1$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (PAT 1 พ.ย. 57)

1. 2

2. 5

3. 10

4. 17

6. กำหนดให้ A แทนเซตคำตอบของสมการ

$$\log_3(3^{(2x^2+2x)} + 9) = x^2 + x + \frac{1}{\log 3}$$

และให้  $B = \{x^2 \mid x \in A\}$

ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต B เท่ากับเท่าใด (PAT 1 มี.ค. 57)

7. ผลบวกของคำตอบทั้งหมดของสมการ

$$x^{(\log_2 x + 1)} = 64$$

เท่ากับเท่าใดต่อไปนี้ (วิชาสามัญ 58)

1.  $\frac{33}{8}$

2.  $\frac{31}{4}$

3.  $\frac{33}{4}$

4. 4

5. 8

8. จำนวนจริง  $x$  ที่สอดคล้องสมการ

$$\log_4 x = \log_9 3 + \log_3 9$$

มีค่าเท่ากับเท่าใด (วิชาสามัญ 58)

9. ค่าในข้อใดต่อไปนี้เป็นคำตอบของสมการ

$$2^x \cdot 2^{x+1} \cdot 2^{x+2} = 4^x + 4^{x+1} + 4^{x+2} \quad (\text{วิชาสามัญ 57})$$

1.  $\log_2 \frac{21}{10}$       2.  $\log_2 \frac{21}{8}$       3.  $\log_2 \frac{21}{6}$       4.  $\log_2 \frac{21}{4}$       5.  $\log_2 \frac{21}{2}$

10. ถ้า  $x = \log(12 + 4 \cdot 5^x - 3 \cdot 2^x)$  แล้วค่าของ  $x$  อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

1.  $[-12, -6)$       2.  $[-6, 0)$       3.  $[0, 6)$       4.  $[6, 12)$



11. Let  $a$  and  $b$  be the two positive solutions to the following equation.

$$\log_{3x} 3 + \log_{27} 3x = -\frac{4}{3} \text{ what is the value of } a + b$$

1.  $\frac{4}{27}$

2.  $\frac{10}{27}$

3.  $\frac{4}{81}$

4.  $\frac{10}{81}$

5.  $\frac{28}{81}$

12. กำหนดให้  $a, b, c$  เป็นจำนวนจริงที่มากกว่า 1

จงหาค่าของ  $\frac{1}{1 + \log_a 2b(\frac{c}{a})} + \frac{1}{1 + \log_b 2c(\frac{a}{b})} + \frac{1}{1 + \log_c 2a(\frac{b}{c})}$

13. ถ้า  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริงบวกที่สอดคล้องกับสมการ

$$5^{(x-2^A)}2^{y^A} = (16)^{64} \text{ เมื่อ } A = \frac{\log y}{\log x}$$

แล้วค่าของ  $x+y$  เท่ากับเท่าใด (PAT 1 มี.ค. 56)

14. ถ้า  $S = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มที่สอดคล้องกับอสมการ } \log x(x-15) \leq 2$

แล้ว จำนวนสมาชิกของ  $S$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (วิชาสามัญปี 56)

1. 10

2. 12

3. 14

4. 24

5. 26



[www.facebook.com/WeByTheBrain](https://www.facebook.com/WeByTheBrain)  
[www.WeByTheBrain.com](http://www.WeByTheBrain.com)