ทฤษฎีบทเศษเหลือ (remainder theorem)

เมื่อ $p(x)$ พหุนาม $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$ โดยที่ $n$ เป็นจำนวนเต็มบวก

$\frac{a_n}{a_{n-1}}, \ldots, a_1, a_0$ เป็นจำนวนจริง ซึ่ง $a_n \neq 0$

ถ้าหารพหุนาม $p(x)$ ด้วยพหุนาม $x - c$ เมื่อ $c$ เป็นจำนวนจริงแล้ว

เศษจะเท่ากับ $p(c)$

**Ex.1** กำหนด $p(x)$ และ $c$ ดังต่อไปนี้ จงหาเศษเมื่อหาร $p(x)$ ด้วย $x - c$

1. $p(x) = x^4 + 3x + 5$  $c = 2$

   $p(2) =$

2. $p(x) = x^4 + 3x^3 + 4x^2 - x + 6$  $c = 1$

   $p(1) =$

**Ex.2** จงหาค่า $m$ จากเงื่อนไขที่กำหนดให้ต่อไปนี้

$x - 5$ หาร $x^3 - 2x^2 + 8x - m$ ลงตัว

**Ex.3** กำหนดให้ $k$ เป็นเศษจากการหาร

$6x^5 + 5x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$ ดังย $x + 2$ จงหา $|k|$ ดังนี้

1. 15
2. 25
3. 135
4. 145

**Ex.4** กำหนดให้ $f(x) = x^3 + kx^2 + mx + 4$ เมื่อ $K$ และ $M$ เป็นค่าคงตัว ถ้า $x - 2$ เป็นตัวประกอบหนึ่งของ $f(x)$ และเมื่อนำ $x + 1$ ไปหาร $f(x)$ ได้เศษเหลือ 3 แล้วค่าสัมบูรณ์ของ $K + M$เท่ากับเท่าใด (Ent’ 47)

1. 2
2. 3
3. 4
4. 5
Ex.5 กำหนดให้ $p(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ โดยที่ $a$ และ $b$ เป็นจำนวนจริง ถ้า $x - 1$ และ $x + 3$ ต่างหาร $p(x)$ แล้วเหลือเศษ 5 ดังนั้น $a + 2b$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (Ent' 44/2)
1. -11
2. -1
3. 1
4. 9

Ex.6 ถ้า $x - 1$ นำไปหาร $3x^3 - 2x^2 + x + a$ เหลือเศษ -2 และนำ $x + 2$ ไปหาร $x^3 - bx^2 + 3x + 6b$ ลงตัว ค่าของ $a + b$ ตรงกับข้อใด
1. 1
2. 2
3. 3
4. 4

Ex.7 กำหนดให้ $x + 1$ และ $x - 1$ เป็นตัวประกอบของพหุนาม $p(x) = 3x^3 + x^2 - ax + b$ เมื่อ $a, b$ เป็นค่าคงตัว เลขเศษที่ได้จากการหาร $p(x)$ ด้วย $x - a - b$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (Ent' 44/1)
1. 15
2. 17
3. 19
4. 21

Ex.8 ให้ $p$ เป็นจำนวนเฉพาะบวกและ $m, n$ เป็นจำนวนเต็ม ถ้า $x + 3$ หาร $x^3 + mx^2 + nx + p$ ลงตัว และ $x - 1$ หาร $x^3 + mx^2 + nx + p$ เหลือเศษ 4 แล้ว $m$ และ $n$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (Ent' 37)
1. $m = 4, n = -4$
2. $m = 2, n = -2$
3. $m = -4, n = 4$
4. $m = -2, n = 2$

**Tip** พหุนาม $a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + ... + a_1x + a_0 = 0$

1. ผลบวกของกำลังหนึ่งของค่าตอบสมการ
2. ผลลหุของค่าตอบสมการ
3. ผลบวกของกำลังสองของค่าตอบสมการ
Ex.9 ให้ a เป็นจำนวนเต็ม ถ้า x - a หาร x^2 + 2x^2 - 5x - 2 เหลือเศษ 4 แล้ว ผลบวกของค่า a ทั้งหมดที่สอดคล้องเงื่อนไขดังกล่าวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (Ent'39)
1. -6  2. -2
3. 3  4. 6

Ex.10 ถ้า x^3 - 4x^2 + x - 3 หารด้วย x - k แล้ว เหลือเศษ 1 แล้ว ผลบวกของค่าของ k ทั้งหมดที่เป็นไปได้คือเท่าใด

Ex.11 กำหนด a, b, c และ d เป็นรากทั้งสี่ของสมการ x^4 - 5x^3 +4 = 0 จงหาค่า abcd
1. 0  2. 1
3. 2  4. 4

Ex.12 กำหนด a, b, c เป็นรากทั้งสามของสมการ x^3 -6x^2 + 11x - 6 = 0 จงหาค่า a^2 + b^2 + c^2
1. 10  2. 12
3. 14  4. 16

Ex.13 ให้ s = {p^2 | p เป็นคำตอบสมการ x^3 + 4x^2 - 7x - 10 = 0} แล้ว ผลบวกของสมาชิกทุกตัวใน s จะมีค่าเท่าใด
1. 30  2. 40
3. 50  4. 60

Ex.14 ผลบวกทั้งหมดของสมการ log_{1/4} log_{1/3} log_{1/2} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^2 - 3x + 4}}\right) = 0
เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (EN1)
1. 1  2. 2
3. 3  4. 4
Ex.15 เซตของจำนวนจริง $x$ ทั้งหมดที่ทำให้มetriซ์ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -x^2 \\ 2 & 1 & 0 \\ x & 3 & 5 \end{bmatrix}$

เป็นมetriซ์เอกฐานคือข้อใด (ENT'39)

1. $\left\{ \frac{5 + 3\sqrt{5}}{2}, \frac{5 - 3\sqrt{5}}{2} \right\}$

2. $\left\{ 1, 5 + 3\sqrt{3}, 5 - 3\sqrt{3} \right\}$

3. $\left\{ 1, \frac{3 + \sqrt{5}}{4}, \frac{3 - \sqrt{5}}{4} \right\}$

4. $\left\{ 1, 3 + \sqrt{5}, 3 - \sqrt{5} \right\}$